

4. Максименко В.Н., Даньков А.П., Шекурова Е.Е. Разработка типовых методических материалов для внедрения системы управления качеством на предприятиях сетей сотовой радиотелефонной связи стандарта GSM. Отчет о НИР «Институт Сотовой связи». М.: 2005, № Гос. рег. 0120.0 603593.
5. Максименко В.Н., Фалеева О.И. Построение автоматизированной системы менеджмента качества в телекоммуникационной компании // Телеком/Сети и средства связи. 2007. № 1. С. 53–57.
6. Максименко В.Н., Фалеева О.И. Оценка качества услуг: программный комплекс «Маска» // Мобильные системы. 2006. №10. С. 52–56.
7. Максименко В.Н., Фалеева О.И. Мониторинг: от управления качеством к VAS // ИнформКурьер-Связь. 2006. № 2. С. 84–85.
8. Нагаев Е. eTOM: структурная модель бизнес-процессов для операторов связи // Мобильные системы. 2005. № 5.

Максименко Владимир Николаевич, к.т.н., доцент, профессор кафедры АИТиСС Московского технического университета связи и информатики, тел.: (495) 981-29-37, e-mail: vladmaks@yandex.ru

КАЧЕСТВО ОБСЛУЖИВАНИЯ ВЫЗОВОВ В СОТОВЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ С УЧЕТОМ ЗАМИРАНИЙ

О.А. Шорин, А.А. Орехов, А.О. Шорин

Московский технический университет связи и информатики

GRADE OF SERVICE OF CALLS IN CELLULAR COMMUNICATION SYSTEMS TAKING INTO ACCOUNT FADES

O.A. Shorin, A.A. Orehov, A.O. Shorin

В статье определяются зависимости, определяющие качество обслуживания вызовов в сотовых системах связи с учетом замираний сигнала. Качество обслуживания вызовов в сотовых системах связи определяется вероятностью блокировки вызовов. Она зависит от канального ресурса, обслуживаемого трафика системы и дисциплины обслуживания. Однако, к потери соединения может привести и снижение качества самого радиоканала, которое определяется отношением сигнал-помеха. Обычно расчет проводится раздельно: учитывается вероятность блокировки канала как системы массового обслуживания, которая затем суммируется с вероятностью потерь соединения из-за замираний сигнала. В статье выводится аналитическая зависимость, позволяющей учитывать сразу три фактора, влияющих на качество обслуживания формируемого трафика: канальный ресурс, подвижность абонентов и замирание сигнала в точке приема.

Ключевые слова: качество обслуживания, вероятность блокировки, замирание сигнала, интенсивность поступления требований, интенсивность обслуживания, пуассоновский поток, формула Эрланга, мобильность абонентов, уравнение баланса фаз.

Качество обслуживания формируемого трафика в сотовых системах связи определяется канальным ресурсом системы с одной стороны, который вместе с дисциплиной обслуживания определяет вероятность блокировки, а с другой – качеством самого радиоканала, которое определяется отношением сигнал-помеха, при определенных условиях может также приводить к потери соединения. Обычно расчет проводится раздельно: учитывается вероятность блокировки канала исключительно как системы массового обслуживания, которая затем

In article the dependences defining a grade of service of calls in cellular communication systems taking into account signal fades are output. The grade of service of calls in cellular communication systems is defined by probability of locking of calls. It depends on the channel resource, serviced traffic of system and discipline of service. However, to connection loss can reduce and lowering of quality of the radio channel which is defined by a carrier to interference. Usually calculation is led separately: the probability of locking of the channel as systems of queuing which then is added to probability of losses of connection because of signal fades is considered. In article the analytical association is output, allowing to consider at once three factors, influencing a grade of service of formed traffic: a channel resource, mobility of abonents and a signal fade in a reception point.

Keywords: quality of service, blocking probability, signal depression, law, capacity, arrivals intensity, service rate, Poisson stream, Erlangian formula, subscribers' mobility, balance equation of phases.

суммируется с вероятностью потерь соединения из-за интерференции сигналов. Целью настоящей работы является вывод аналитической зависимости, позволяющей учитывать сразу три фактора, влияющих на качество обслуживания формируемого трафика: канальный ресурс, подвижность абонентов и интерференцию сигналов в точке приема.

Исходной является модель, описывающая работу соты с учетом мобильности абонентов [2]. Введем в указанную модель дополнительно потери соединений по причине попадания абонентов в зоны

радиотени. Завершение соединения по причине попадания в радиотень может произойти только у активного абонента. Будем для описания такого явления использовать модель пуассоновского потока с интенсивностью $\omega \cdot n_a$, где n_a – число активных абонентов, или действующих соединений в соте. Восстановление потерянных соединений производится в сети на основе истечения таймеров ожидания и выполнения последующих процедур освобождения занятого ресурса. Будем описывать такой процесс также с помощью модели пуассоновского потока с интенсивностью $\nu \cdot j$, где j – текущее число пропавших соединений по причине попадания абонентов в зону радиотени.

Для модели мобильности Эрланга, которая с учетом пропавших каналов становится трехмерной, можно записать уравнение баланса фаз

$$\begin{aligned} & \{P_{i,n_a+1,j} \mu(n_a+1) - P_{i,n_a,j} \lambda(i-n_a)\} - \\ & - \{P_{i,n_a,j} \mu n_a - P_{i,n_a-1,j} \lambda(i-n_a+1)\} + \\ & + \{P_{i+1,n_a,j} \mu^m(i+1) - P_{i,n_a,j} \lambda^m\} - \{P_{i,n_a,j} \mu^m i - P_{i-1,n_a,j} \lambda^m\} + \\ & + P_{i,n_a+1,j} \omega(n_a+1) - P_{i,n_a,j} \omega n_a - \\ & - P_{i,n_a+1,j} \omega(n_a+1) - P_{i,n_a,j} \omega n_a + \\ & - P_{i,n_a,j} \omega n_a - P_{i,n_a,j} j \nu + P_{i,n_a+1,j-1} \omega(n_a+1) + P_{i,n_a,j+1} (j+1) \nu = \\ & = \{P_{i,n_a+1,j} (\mu + \omega)(n_a+1) - P_{i,n_a,j} \lambda(i-n_a)\} \\ & - \{P_{i,n_a,j} (\mu + \omega) n_a - P_{i,n_a-1,j} \lambda(i-n_a+1)\} + \\ & + \{P_{i+1,n_a,j} \mu^m(i+1) - P_{i,n_a,j} \lambda^m\} - \{P_{i,n_a,j} \mu^m i - P_{i-1,n_a,j} \lambda^m\} + \\ & + \{P_{i,n_a,j+1} (j+1) \nu - P_{i,n_a+1,j} \omega(n_a+1)\} \\ & - \{P_{i,n_a,j} j \nu - P_{i,n_a+1,j-1} \omega(n_a+1)\} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $P_{i,n_a,j}$ – вероятность нахождения в соте i абонентов из них n_a – активных, j – находятся в зоне тени, λ – интенсивность требований на занятие канала, μ – интенсивность обслуживания поступивших требований, λ^m – интенсивность входа абонентов в зону (соту) обслуживания, μ^m – интенсивность выхода абонентов из зоны обслуживания, N – число каналов. Причем справедливы следующие соотношения:

Из скобок I и II при зафиксированных значениях i и j должно выполняться

$$P_{i,n_a,j} = P_{i,0,j} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} \frac{i!}{n_a! (i-n_a)!}.$$

Из скобок V и VI при зафиксированных значениях i и n_a должно выполняться

$$P_{i,n_a,j} = P_{i,n_a,0} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j \frac{(i-n_a)^j}{j!}.$$

Объединив эти решения в общий вариант решения при фиксированном i , получим

$$P_{i,n_a,j} = P_{i,0,0} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j \frac{i!}{n_a! (i-n_a)!} \frac{(i-n_a)^j}{j!},$$

где $\mu^* = \mu + \omega$.

Из скобок III и IV при фиксированных n_a и j находим

$$P_{i,n_a,j} = P_{0,n_a,j} \left(\frac{\lambda^m}{\mu^m}\right)^i \frac{1}{i!} = P_{0,n_a,j} \rho^{mi} \frac{1}{i!}.$$

Решение уравнения (1) для каждой из компонент i, j и n_a при фиксации двух других в установившемся режиме ищется в трех условиях:

$$\lambda(i-n_a) - \mu^* n_a = 0, \quad (2)$$

$$\lambda^m - \mu^m (i-n_a) \approx \lambda^m - \mu^m i = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\lambda(i-n_a)}{\mu^*} \omega - \nu(j-1) \approx \frac{\lambda(i-n_a)}{\mu^*} \omega - \nu j = 0. \quad (4)$$

Современные сотовые сети строят так, что число активных абонентов (n_a) составляет не больше 3–4% от общего числа абонентов (i) в соте в ЧНН. Число отказавших каналов, при исправной работе, должно быть значительно меньше числа активных каналов ($j \ll n_a$). Общее число занятых каналов складывается из n_a , занятых активными абонентами, и j , находящихся в числе отказавших.

$$k = n_a = j.$$

Перегрузки будут возникать тогда, когда общее число занятых каналов k достигнет предельного уровня N . Поэтому необходимо найти распределение двух дискретных переменных i (число абонентов в соте) и $k = n_a = j$ – число несвободных каналов:

$$\begin{aligned} P_{i,k} &= \sum_{n_a=0}^k P_{i,n_a,k-n_a} = P_{0,0,0} (\rho^m)^i \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} \times \\ & \times \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{k-n_a} \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \frac{1}{n_a! (i-n_a)!} \frac{(i-n_a)^{k-n_a}}{(k-n_a)!} = \\ & = P_{0,0,0} \frac{(\rho^m)^i}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} C_k^{n_a} \frac{(i-n_a)^{k-n_a}}{(i-n_a)!}, \end{aligned}$$

где $C_k^n = \frac{k!}{n!(k-n)!}$ – биномиальный коэффициент.

Чтобы упростить последнее выражение, воспользуемся формулой Стирлинга $m! \approx \sqrt{2\pi m} \frac{m^m}{e^m}$,

имеющей относительную погрешность порядка $1/12m$. Поскольку это приближение предполагается к использованию для $(i-n_a) \neq i!$, то его погрешность составит $1/12i$, и для реальных условий составит величины порядка 10^{-4} . И так, заменяем в последнем равенстве $(i-n_a)!$ на $\sqrt{2\pi(i-n_a)}(i-n_a)^{(i-n_a)}e^{-(i-n_a)}$, и получаем

$$\begin{aligned}
 P_{i,k} &\approx P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \times \\
 &\times C_k^{n_a} \frac{(i-n_a)^{k-n_a} e^{i-n_a}}{\sqrt{2\pi(i-n_a)}(i-n_a)^{i-n_a}} = \\
 &= P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \times \\
 &\times C_k^{n_a} \frac{e^{i-k}}{\sqrt{2\pi(i-k)}(i-k)^{i-k}} \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} e^{k-n_a} \approx \\
 &\approx P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \times \\
 &\times C_k^{n_a} \frac{i!}{(i-k)!k!} \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} e^{k-n_a} = \\
 &= P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \times \\
 &\times C_k^{n_a} \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} e^{k-n_a}. \tag{5}
 \end{aligned}$$

Теперь воспользуемся известным пределом

$\lim_{\Delta \rightarrow 0} (1 + A\Delta)^{A/\Delta} = e^A$ для упрощения выражения

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} &= \left(1 + \frac{(n_a-k)\frac{i-k+1/2}{i-n_a}}{i-k+1/2}\right)^{i-k+1/2} \approx \\
 &\approx e^{\frac{(n_a-k)\frac{i-k+1/2}{i-n_a}}{i-k+1/2}} = e^{(n_a-k)\frac{n_a-k+1/2}{i-n_a}} \approx e^{(n_a-k)}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Последнее приближение в (6) сделано на том основании, что число абонентов в сети обычно составляет порядка тысячи или даже нескольких тысяч. Одновременно $k-n_a = j$ – число отказавших каналов, составляет несколько процентов от занятых каналов, то есть несколько единиц или меньше.

Подставляя (6) в (5), получаем

$$\begin{aligned}
 P_{i,k} &\approx P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \times \\
 &\times C_k^{n_a} = P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k. \tag{7}
 \end{aligned}$$

$P_{0,0,0}$ в (7) можно найти из условия нормировки

$$P_{0,0,0} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\rho^M)^i}{i!} \sum_{k=0}^N C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k = 1. \tag{8}$$

Если опять обратиться к реальным условиям, то можно заметить, что $\lambda(i-n_a) \approx \mu^*n_a$ в устойчивом

состоянии, откуда следует $\frac{\lambda}{\mu^*} \approx \frac{n_a}{i}$ – составляет

значения порядка нескольких процентов или даже меньше. Отсюда

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^N C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k &\approx \\
 &\approx 1 + \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)n_a + \frac{1}{2!} \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^2 n_a^2 + \dots
 \end{aligned}$$

– слабо зависит от i . Поэтому вполне можно отдельно провести нормировку для компонент

$$C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k \text{ и } \frac{(\rho^M)^i}{i!}.$$

$$C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k \rightarrow \frac{C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k}{\sum_{m=0}^N C_i^m \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^m \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^m},$$

$$\frac{(\rho^M)^i}{i!} \rightarrow e^{-\rho^M} \frac{(\rho^M)^i}{i!}.$$

Подставляя нормированные компоненты в (7), получим приближенную формулу для двумерного дискретного распределения

$$P_{i,k} \approx e^{-\rho^M} \frac{(\rho^M)^i}{i!} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k C_i^k}{\sum_{m=0}^N \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^m \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^m C_i^m}, \tag{9}$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, N, (i > N)$.

Но более точной будет формула без отдельной нормировки

$$P_{i,k} \approx \frac{\frac{(\rho^*)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k}{\sum_{l=0}^{\infty} \frac{(\rho^*)^l}{l!} \sum_{m=0}^{\min(l,N)} C_l^m \left(\frac{\lambda}{\mu^*} \right)^m \left(1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^m}, \quad (10)$$

где $i=0,1,\dots, k=0,1,\dots, \min(i, N)$.

Формула (9) полностью совпадает с полученной ранее формулой [2] для двумерного распределения числа мобильных абонентов и числа активных соединений, если только в последней провести моди-

фикацию удельной нагрузки $\frac{\lambda}{\mu}$ на

$$\frac{\lambda}{\mu^*} \left(1 + \frac{\omega}{\nu} \right) = \frac{\lambda}{\mu + \omega} \left(1 + \frac{\omega}{\nu} \right). \quad (11)$$

Преобразование (11) с точностью до обозначения переменных совпадает с преобразованием нагрузки (2.6), приведенным в книге Н.Б. Суторихина [1, с. 26–27]. Но данное преобразование в указанной книге получено для одномерного закона Эрланга Б после введения в модель отказа каналов.

ВЫВОДЫ

Полученные в представленной работе зависимости вероятности блокировки вызовов в сотовых системах связи позволяют учесть при расчетах сразу три фактора: подвижность абонентов, интерференцию сигналов в радиоканале и используемый каналный ресурс. Использование общей формулы для анализа качества сотовой системы как системы массового обслуживания позволяет упростить систему поддержания заданного качества в системе и вместе с тем улучшить показатели по отказам в предоставлении канала, так как для анализа используется большее, чем традиционно число априорных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Суторихин Н.Б. Оценка надежности элементов коммутируемых телефонных сетей. М.: Связь, 1974. 231 с.
2. Шорин О.А. Методы оптимального распределения частотно-временного ресурса в системах подвижной радиосвязи // Дис. докт. техн. н. М.: МТУСИ, 2005. 236 с.

Шорин Олег Александрович, д.т.н., доцент, профессор кафедры Московского технического университета связи и информатики, Генеральный директор ЗАО «Национальный институт радио и телекоммуникаций», зам. председателя отделения отделения РАЕН «Экономика и качество систем связи», тел.: (905) 960-09-52, e-mail: oshorin@rambler.ru.

Орехов Александр Андреевич, аспирант Московского технического университета связи и информатики, тел.: (495)754-24-13, e-mail: nutzatnet@gmail.com

Шорин Александр Олегович, инженер-программист Научно-исследовательской части Московского технического университета связи и информатики, тел.: (916)138-59-01, e-mail: saneshka2@mail.